طراحی کنترلر برای سیستم آونگ معکوس با منطق فازی(FLC)

عبدالرضا قلی پور
دانشکده فنی دانشگاه تهران
agholipour@ut.ac.ir

چکیده – در این مقاله با استفاده از منطق فازی کنترلری برای سیستم آونگ معکوس ، طراحی شده است . کنترلر به گونه ای عمل میکند که آونگ معکوس روی ارابه را در حالت عمودی نگه دارد. قبل از ورود به بحث کنترل فازی، ذکر این نکته ضروری است که این نوع کنترلر بیشتر در مواردی استفاده می شود که مدل ریاضی سیستم در دسترس نباشد یا به شدت غیر خطی باشد. سیستمهای فازی ، سیستم هایی هستند با تعریف دقیق و کنترل فازی نیز نوع خاصی از کنترل غیر خطی می باشد. سیستم آونگ معکوس یک سیستم ناپایدار می باشد . لذا برای پایداری سیستم در مقابل نیروهای ورودی نیاز به کنترلر می باشد.

کلید واژه- توابع تعلق، فازی سازی، قواعد فازی ، کنترلر فازی ، معادلات حالت

مقدمه

واژه فازی در فرهنگ لغت بصورت ″ مبهم ، گنگ ، نا دقیق ، گیج ، مغشوش ، درهم و نامشخص ″ تعریف شده است. ما دراین متن از همان واژه فازی استفاده می کنیم. سیستمهای فازی ، سیستم هایی هستند با تعریف دقیق و کنترل فازی نیز نوع خاصی از کنترل غیر خطی می باشد. کنترلر فازی بیشتر در مواردی استفاده می شود که مدل ریاضی سیستم در دسترس نباشد یا به شدت غیر خطی باشد طراحی کنترلر فازی مشابه کنترل سیستمهای خطی می باشد . اساساً گرچه سیستمهای فازی پدیده های غیر قطعی و نا مشخص را توصیف می کنند ، با این حال خود تئوری فازی یک تئوری دقیق می باشد. دو نوع توجیه برای تئوری سیستم های فازی وجود دارد:

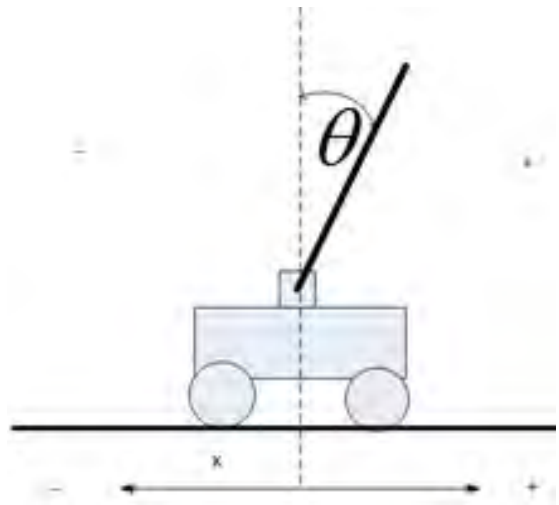
۱) دنیای واقعی ما بسیار پیچیده تر از آن است که بتوان یک توصیف و تعریف دقیق برای آن به دست آورد،بنابراین باید یک توصیف تقریبی یا همان فازی که قابل قبول و قابل تجزیه و تحلیل باشد، باید برای یک مدل معرفی شود .

۲) با حرکت ما به سوی عصر اطلاعات،دانش و معرفت بشری بسیار اهمیت پیدا می کند.بنابراین ما به فرضیه ای نیاز داریم که بتواند دانش بشری را به شکلی سیستماتیک فرموله کرده و آنرا به همراه سایر مدلهای ریاضی در سیستم مهندسی قرار دهد. در این مقاله برای سیستم آونگ معکوس کنترلر فازی طراحی شده و نتایج حاصل از پاسخ سیستم به ورودی پله و سینوسی مورد بررسی قرار می گیرد.

۱-۱-مدل سازی ریاضی سیستم پاندل معکوس

در شکل ۱ سیستم موردمطالعه نشان داده شده است[۱]. هدف ما تنظیم موقعیت گاری و نگهداری پاندول به حالت عمودی است . سعی می کنیم پاندول را به حالت عمودی نگهداریم و هر دو درجه آزادی سیستم یعنی x و θ را تنظیم می کنیم. جرم گاری را M و جرم میله معلق را m در نظر می گیریم.میله معلق دارای طول ۱ و توزیع جرم آن یکنواخت است.گاری در راستای محور x حرکت می کند و زاویه میله معلق (یعنی θ) را نسبت به خط قائم گذرنده از محل اتصال میله به گاری اندازه می گیریم.نیرویی را که در راستای محور x به گاری اعمال می شود، F(t) می نامیم.

سیستم را بدون اصطکاک فرض می کنیم.



شکل۱: سیستم آونگ معکوس

۱-۲- مدل سازی سیستم دارای دو درجه آزادی (t) θ و x(t)

روش لاگرانژ یکی از پرکاربردترین روش های مدل سازی سیستم ها است. این روش مبتنی بر معادله ی زیر است[۲].

(۱)

$$\begin{cases} L = E_c - E_P \\ \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial q}) = F_q \end{cases}$$

پارامترهای معادله لاگرانژ به صورت صفحه زیر تعریف می شود:q هر یک از درجات آزادی سیستم است .

D : انرژی تلف شده توسط اصطکاک

Fq: نیروی اعمال شده در جهت درجه آزادی

Ec : انرژی جنبشی

Ep : انرژی پتانسیل

معادلات سیستم با استفاده از معادله لاگرانژین به صورت زیر به دست می آیند[۲] .

(۲)

$$(\frac{ml^2}{4} + J)\ddot{\theta} + \frac{ml}{2}(\ddot{x}\cos\theta - g\sin\theta) = 0$$

(۳)

$$(M + m)\ddot{x} + \frac{ml}{2}(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) = F(t)$$

و مدل خطی سیستم حول نقطه کار به شرطی که زاویه(θ)کوچک باشد.به صورت زیر به دست می آید[۲] .

(۴)

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + \frac{ml}{2}\ddot{\theta} = F(t) \\ (J + \frac{ml^2}{4})\ddot{\theta} + \frac{ml}{2}(\ddot{x} - g\theta) = 0 \end{cases}$$

و اگر گشتاور لختی میله را برابر $J = \frac{ml^2}{12}$ در نظر بگیریم به نتیجه زیر می رسیم .

(۵)

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + \frac{ml}{2}\ddot{\theta} = F(t) \\ \frac{ml^2}{3}\ddot{\theta} + \frac{ml}{2}(\ddot{x} - g\theta) = 0 \end{cases}$$

با مرتب سازی معادلات بالا داریم :

(۶)

$$\ddot{\theta}(t)=\frac{2}{ml}F(t)-\frac{2(M+m)}{ml}\left[\frac{4}{m+4M}F(t)-\frac{3gM}{m+4M}\theta(t)\right]$$

$$\ddot{\theta}(t)=\frac{-6}{l(m+4M)}F(t)-\frac{6g(m+M)}{l(m+4M)}\theta(t)$$

در نتیجه معادلات حالت سیستم به صورت زیر درمیآید[۱].

(۷)

$$\begin{cases}\dot{X}=AX+Bf\\ y=CX\end{cases}$$

(۸)

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \ddot{\theta}\\ \dot{x}\\ \ddot{x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ \frac{6g(m+M)}{l(m+4M)} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{-3gm}{m+4M} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \dot{\theta}\\ x\\ \dot{x}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \frac{-6}{l(m+4M)}\\ 0\\ \frac{4}{m+4M}\end{bmatrix}f(t)$$

اگر فرض کنیم پارامترهای سیستم به صورت زیر باشند:

$$M=2Kg \quad , \quad m=0.1Kg \quad , \quad l=0.5m \quad , \quad g\approx 10m/s^2$$

بنابراین :

(۹)

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 31.1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -0.37 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}0\\ -1.48\\ 0\\ 0.494\end{bmatrix}$$

۲-طراحی کنترل کننده فازی :

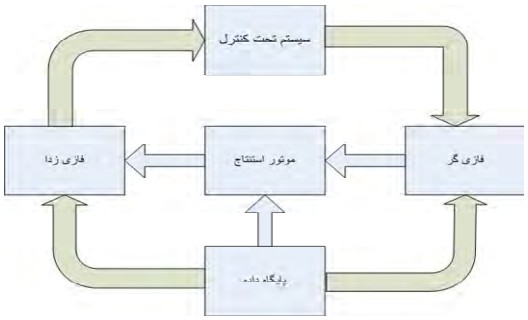
کنترل کننده فازی را با استفاده از رابط گرافیکی جعبه ابزار منطق فازی طراحی میکنیم. سه مرحله تعریف کنترل کننده ی فازی عبارت است از :

۱-فازی سازی ورودی هاو تعریف توابع تعلق

۲-تعریف قواعد استنتاج

۳-غیر فازی سازی

که در شکل ۱ ساختار کلی کنترل کننده فازی نشان داده شده است.



شکل ۱:ساختار کلی یک کنترلر فازی

برای هر ورودی چهار تابع تعلق تعریف شده است. لذا شانزده قاعده استنتاج مورد نیاز است. برای ساختن قواعد، می توان از دو روش استفاده کرد : روش ممدانی و روش سوگنو. زمانی از روش ممدانی استفاده می شود که تعداد قواعد کم باشد اما اگر تعداد قواعد فازی زیاد باشد بهتر است از روش سوگنو استفاده شود. . لذا در این مقاله از روش سوگنو استفاده شده است . در هر لحظه، پاندول در یکی از این چهار حالت جدول۱ قرار دارد .

جدول ۱ : حالت ورودی ها

حالت ورودی ها	وضعیت پاندول حول وضعیت $\theta = 0$
$\theta > O$ ،$\dot{\theta} > O$	در حال دور شدن از نقطه تعادل در سمت مقادیر مثبت θ
$\theta < O$ ،$\dot{\theta} < O$	در حال دور شدن از نقطه تعادل در سمت مقادیر منفی θ
$\theta > O$ ،$\dot{\theta} < O$	در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل در سمت مقادیر مثبت θ
$\theta < O$ ،$\dot{\theta} > O$	در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل در سمت مقادیر مثبت θ

محدوده $\dot{\theta}, \theta$ را به صورت زیردر نظر می گیریم .

(۹)

$$-0.3 < \theta < 0.3$$

$$-1 < \dot{\theta} < 1$$

بازه ی تعریف $\dot{x}, x$ رانیز به صورت زیر در نظر می گیریم :

(۱۰)

$$-3 < x < 3$$

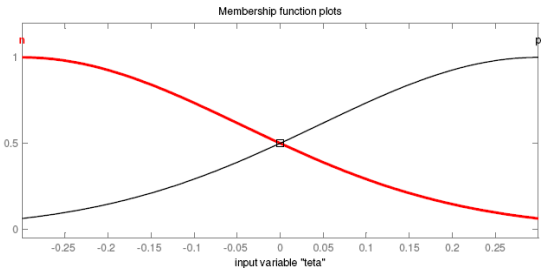
$$-6 < \dot{x} < 6$$

شرایط اولیه را صفر در نظر می گیریم .

(۱۱)

$$Xo = [0\ 0\ 0\ 0]$$

توابع تعلق ورودی ها را از نوع گاوسی تعریف می کنیم .که در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ : توابع تعلق ورودی ها

بازه خروجی را در محدوده [۲۰ ۲۰ -] انتخاب می کنیم .شانزده قاعده فازی کنترل کننده درجدول۲ نمایش داده شده است [3,4,5] :

جدول۲ : قاعده فازی کنترل کننده فازی

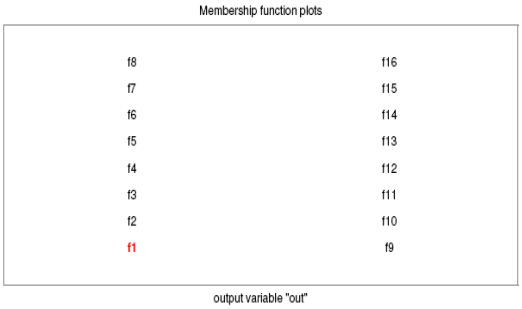
$\dot{x}, x$ / $\dot{\theta}, \theta$	NN	N P	PN	PP
NN	F1	F2	F3	F4
N P	F5	F6	F7	F8
PN	F9	F10	F11	F12
PP	F13	F14	F15	F16

در خروجی از ترکیب خطی ورودی ها(linear) استفاده شده است . قواعد فوق را می توان در رابط گرافیکی به صورت زبانی (verbose) یا (if-then) مانند شکل ۳ نمایش داد .

```
1. If (teta is n) and (pteta is n) and (x is n) and (px is n) then (out is f1) (1)
2. If (teta is n) and (pteta is n) and (x is n) and (px is p) then (out is f2) (1)
3. If (teta is n) and (pteta is n) and (x is p) and (px is n) then (out is f3) (1)
4. If (teta is n) and (pteta is n) and (x is p) and (px is p) then (out is f4) (1)
5. If (teta is n) and (pteta is p) and (x is n) and (px is n) then (out is f5) (1)
6. If (teta is n) and (pteta is p) and (x is n) and (px is p) then (out is f6) (1)
7. If (teta is n) and (pteta is p) and (x is p) and (px is n) then (out is f7) (1)
8. If (teta is n) and (pteta is p) and (x is p) and (px is p) then (out is f8) (1)
9. If (teta is p) and (pteta is n) and (x is n) and (px is n) then (out is f9) (1)
10. If (teta is p) and (pteta is n) and (x is n) and (px is p) then (out is f10) (1)
11. If (teta is p) and (pteta is n) and (x is p) and (px is n) then (out is f11) (1)
12. If (teta is p) and (pteta is n) and (x is p) and (px is p) then (out is f12) (1)
13. If (teta is p) and (pteta is p) and (x is n) and (px is n) then (out is f13) (1)
14. If (teta is p) and (pteta is p) and (x is n) and (px is p) then (out is f14) (1)
15. If (teta is p) and (pteta is p) and (x is p) and (px is n) then (out is f15) (1)
16. If (teta is p) and (pteta is p) and (x is p) and (px is p) then (out is f16) (1)
```

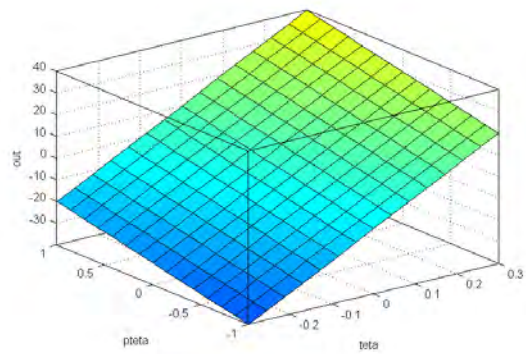
شکل ۳: قواعد فوق صورت زبانی(verbose)یا(if-then)

توابع تعلق خروجی و سطح کنترلی مربوط به کنترلر به ترتیب در شکل های ۴ ، ۵ ، آمده است .

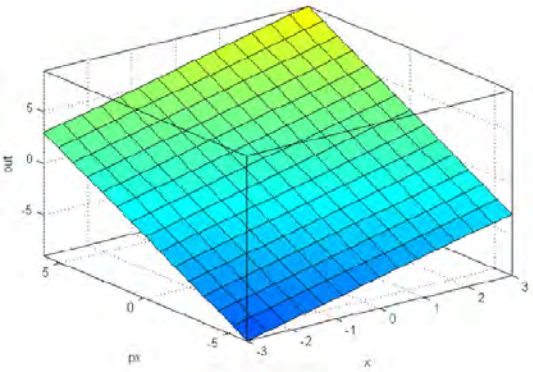


شکل ۴ : : بلوک وارد کردن خروجی ها

(a)



(b)

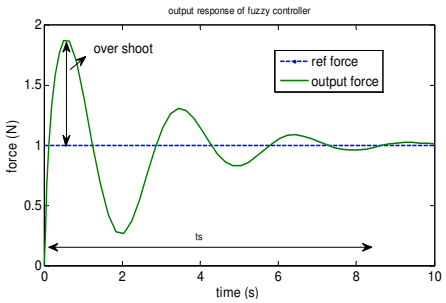


شکل ۵ : سطح کنترلی مربوط به کنترلر فازی a) θ و $\dot{\theta}$

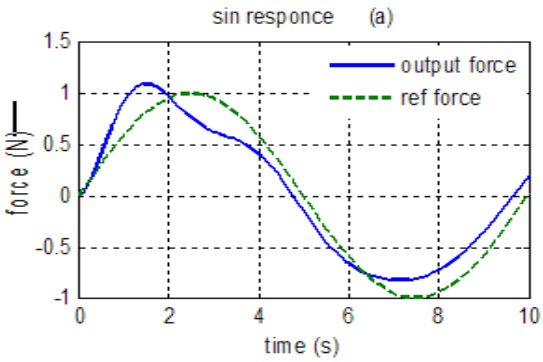
b) x و $\dot{x}$

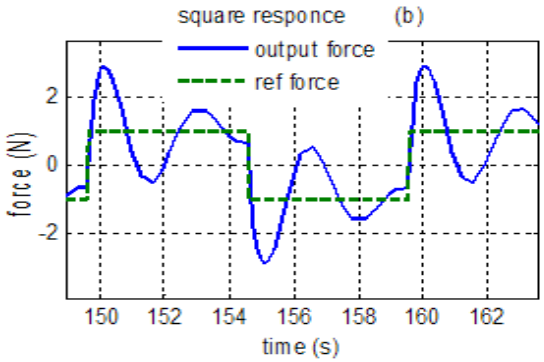
۳- بررسی نتایج خروجی کنترل کننده در شبیه سازی

درخروجی ابتدا ازضرایب ثابت مساوی برای ورودیها استفاده می کنیم. اگرنیروی ورودی به صورت تابع پله واحد باشد.خروجی کنترل کننده به صورت شکل ۶ ورودی را دنبال می کند . همانگونه که مشاهده می شود .Over shoot سیستم زیاد است و خروجی به خوبی ورودی را دنبال نمی کند . پاسخ به ورودی سینوسی و مربعی در شکل ۷ ،a و b آمده است . لذا برای رسیدن به پاسخ بهتر در خروجی از ترکیب خطی برای ورودیها استفاده می شود. . ضرایب مربوط به θ و $\dot{\theta}$ را بزرگتر قرار داده و خروجی های F1 تا F16 با ضرایب یکسان در قسمت Params وارد نموده و نتایج کنترلر را در این حالت مورد بررسی قرار می دهیم.



شکل ۶ : پاسخ به ورودی پله . (در خروجی از ضرایب ثابت مساوی برای ورودیها استفاده شده است) .



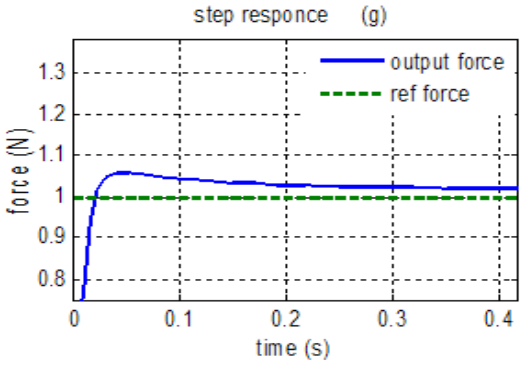


شکل ۷: a. پاسخ به ورودی سینوسی ،b. پاسخ به ورودی مربعی

(۱۲)

$$\text{Params}= [1000\ 100\ 10\ 10\ 0]$$

با اعمال نیروی پله واحد به سیستم همانگونه که در شکل ۸ مشاهده می شود . خروجی به خوبی ورودی را دنبال می کند . و Overshoot پاسخ کم شده است .



شکل ۸ : پاسخ کنترلر فازی به ورودی پله

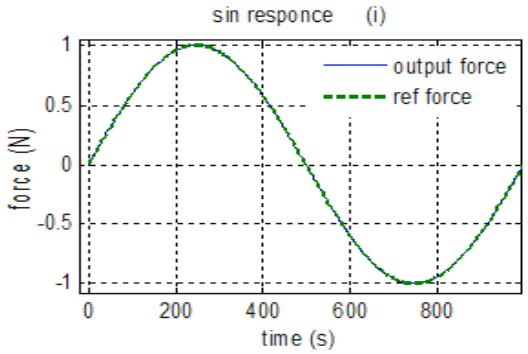
حال با اعمال نیروی ورودی سینوسی و مربعی به سیستم نتایج را مورد بررسی قرار می دهیم همانگونه که در شکل ۹ مشاهده می شود ، خروجی به خوبی ورودی را دنبال می کند . شکل موج های مربوط به $\dot{\theta},\theta,\dot{x},x$ نیز در شکل های ۱۰ ،۱۱،۱۲ و ۱۳ آمده است. مشاهده می شود که کنترلر فازی می تواند آونگ را به حالت عمودی نگه دارد . و از افتادن آن جلوگیری کند . مدل سیمولینک در ضمیمه آمده است.

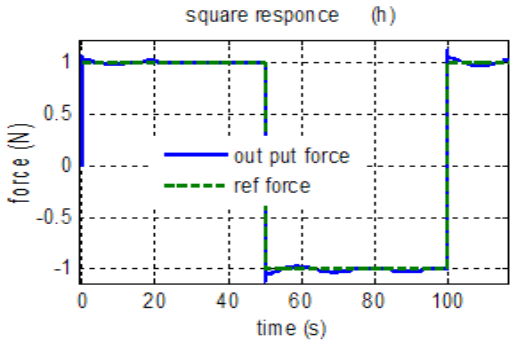
نتیجه گیری

با توجه به شکل ها نتیجه می گیریم که کنترلر طراحی شده به خوبی ورودی های مختلف را دنبال می کند. لذا با انتخاب ضرایب مناسب برای ورودی ها در ترکیب خطی حاصل برای خروجی میتوان کنترلر های دقیق تری نیز طراحی نمود. کنترلر فازی بیشتر در مواردی استفاده می شود که مدل ریاضی سیستم در دسترس نباشد یا به شدت غیر خطی باشد . که سیستم مطالعه شده در این مقاله نیز یک سیستم پیچیده و به شدت ناپایدار است . لذا کنترلر فازی یک کنترلر دقیق تر نسبت به کنترلرهای کلاسیک ، برای این سیستم خواهد بود .

سپاس گذاری

در پایان جا دارد که از دکتر علیرضا روستا به خاطر راهنمایی های مفیدشان ، در جمع بندی این مقاله ، تشکر نماییم .





شکل ۹ : i)پاسخ کنترلر فازی به ورودی سینوسی h) مربعی

مراجع

[1].K.Ogata,Modern Control Engineering.Prentice Hall ,pp.86-90, 2002.

[2].M.Marry,Application of Matlab and Simulink in Engineering.third edition.pp. 100-130,2000.

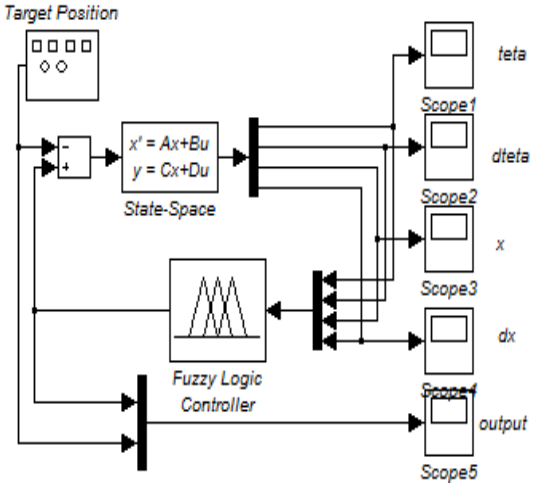
[3]. A. Piegat ,” What is not clear in fuzzy control system?,” Int. J. Appl. Math.Comput. Sci., 2006, Vol. 16, No. 1, 37–49,2006.

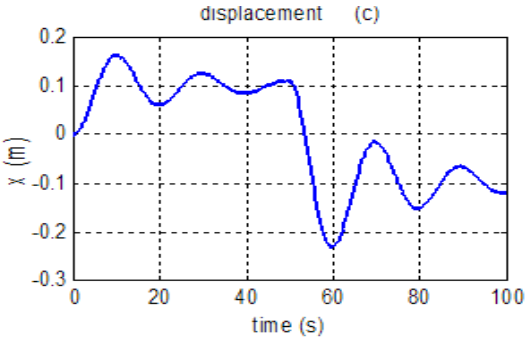
[4].Wang, L. X., A course in fuzzy systems andcontrol, Prentice Hall PTR, 1997.

[5].Buckley J. J., Hayashi Y. & Czogala E. On thequivalence of neural networks and fuzzy expert systems, Proc. IJCNN-92, Baltimore, vol. 2, p.691-695, 1992

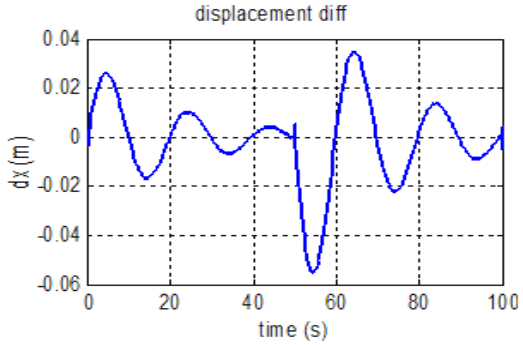
ضمیمه

مدل سیمولینک:

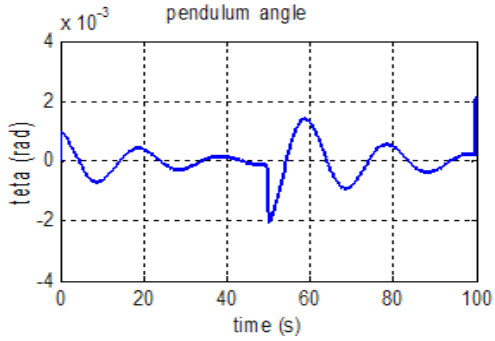




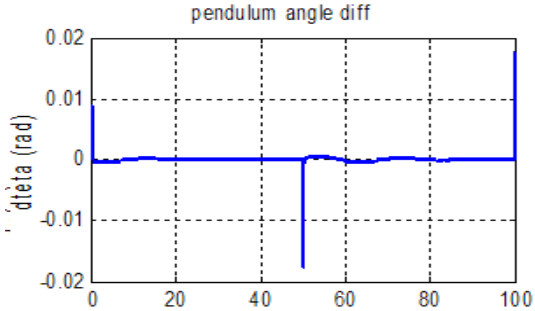
شکل ۱۰: جابجایی



شکل۱۱:مشتق جابجایی



شکل ۱۲:زاویه پاندول



شکل۱۳: مشتق زاویه پاندول